

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 398

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

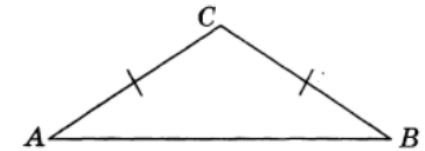
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

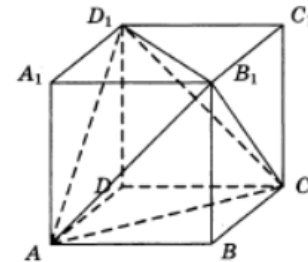
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC известно, что  $AC=BC=9$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{5}}{2}$ . Найдите AB.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 3. Найдите объем треугольной пирамиды  $AD_1 CB_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 6. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

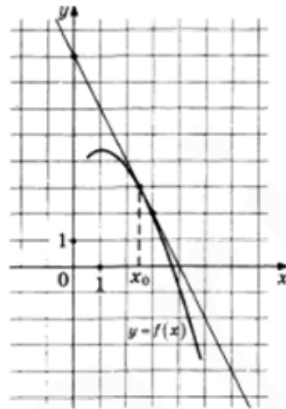
5. Решите уравнение  $\sqrt{-x} = x + 6$ . Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите их сумму.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\left(\left(\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{27}\right)^2 + 7\right) \cdot \left(\left(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{27}\right)^2 - 7\right)$

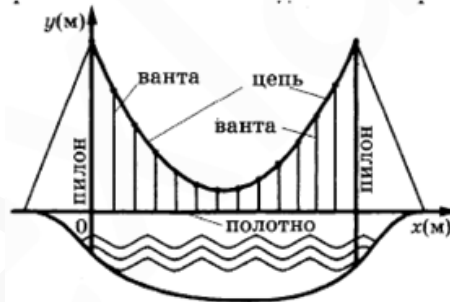
Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введем систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,0041x^2 - 0,71x + 34$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 60 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

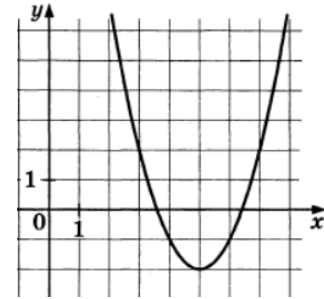


Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Имеются два сплава, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй - 25% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Соединив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка. Сколько килограммов олова содержится в получившемся сплаве?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где  $a, b, c$  - целые. Найдите  $f(-1)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{2 \lg x - 1} - \lg x$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $\sqrt{2 \sin x + \sqrt{2}} \cdot \log_4(2 \cos x) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

13. SMNK – правильный тетраэдр. На ребре SK отмечена точка P такая, что KP:PS=1:3, точка L – середина ребра MN.

А) Доказать, что плоскости SLK и MPN перпендикулярны

Б) Найдите длину отрезка PL, если длина ребра MN равна 4.

14. Решите неравенство:  $2^{\frac{x}{x+1}} - 2^{\frac{5x+3}{x+1}} + 8 \leq 2^{\frac{2x}{x+1}}$

15. 15 января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

16. В трапеции ABCD боковая сторона CD перпендикулярна основаниям AD и BC. В эту трапецию вписали окружность с центром O. Прямая AO пересекает продолжение отрезка BC в точке E

А) Докажите, что AD=CE+CD

Б) Найдите площадь трапеции ABCD, если AE=10,  $\angle BAD = 60^\circ$

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - 4ax + a(4a - 1))^2 - 3(x^2 - 4ax + a(4a - 1)) - |a|(|a| - 3) = 0$$

имеет более двух корней.

18. А) В арифметической прогрессии  $\{a_n\}$  первый член  $a_1 = 5$  и разность прогрессии  $d = 9$ . Какие члены прогрессии имеют четное количество делителей?

Б) В последовательности  $\{x_n\}$ , состоящей из целых чисел, известны первые два члена:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ , а следующие члены последовательности находятся по формуле  $x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n$  для всех  $n \geq 1$ . Какой самый большой простой делитель имеет число  $x_{2023}$ ?

В) Может ли натуральное число иметь 100 делителей, если сумма его делителей является простым числом?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**